قوانين منهج الرياضيات

ا ث

أولاً : قوانين وملاحظات الجبر

١ تكوين معادلة الدرجة الثانية جذراها ل ، م

$$س^{٢} - (ل + م) س + ل م = صفر$$

٢ في المعادلة $أ س^{٢} + ب س + حـ = صفر$

* مجموع الجذرين $= \frac{-معامل\ س}{معامل\ س^{٢}} = \frac{-ب}{أ}$

* ضرب الجذرين $= \frac{الحد\ المطلق}{معامل\ س^{٢}} = \frac{حـ}{أ}$

٣ القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$$

٤ المميز $= ب^{٢} - ٤ أ حـ$

الأعداد التخيلية $ت = \sqrt{-١}$

٥ $ت^{٢} = -١$ ، $ت^{٣} = -ت$ ، $ت^{٤} = ١$

لعموماً $ت^{٤ن} = ١$ ، $ت^{٤ن+٣} = -ت$

٦ إذا كانت م ، ب ، حـ ، د أعداد صحيحة متتالية فإن

① $ت^{م} + ت^{ب} + ت^{حـ} + ت^{د} =$ صفر

② $ت^{م+ب+حـ+د} = ت^{٢} = -١$

③ $ت^{م \times ب \times حـ \times د} = ت^{٤} = ١$

---

٧ إذا كان: $ت^{ن} = ت^{م}$ فإن:

① م باقي قسمة ن على ٤

② $(ن - م)$ مضاعف للعدد ٤

③ $(ن + م)$ عدد زوجي

---

٨ إذا كان: $س + ص ت = ٩ + ب ت$

فإن: $س = ٩$ ، $ص = ب$

٩ العدد المركب $٩ + ب ت$ مرافقه $٩ - ب ت$

① $(٩ + ب ت)(٩ - ب ت) = ٩^{٢} + ب^{٢}$ ∈ ح

② $٩ + ك ت + ٩ - ك ت = ٢٩$ ∈ ح

③ $(٩ \pm ب ت)^{٢} = ٩^{٢} - ب^{٢} \pm ٢ ٩ ب ت$

④ $(١ + ت)^{٤} = ٤ ت$ ، $(١ - ت)^{٤} = -٤ ت$

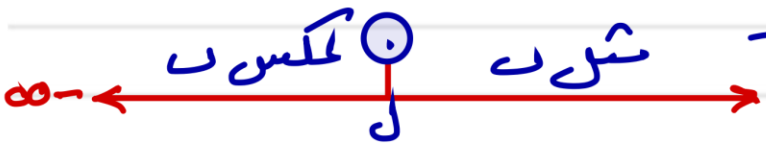
١٠ إذا كان $ل \neq ٣$ جذرا المعادلة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

	شرط الحل	القاعدة المستخدمة
١	أحد الجذرين = صفر	$جـ = صفر$
٢	أحد الجذرين عكس جمعي للآخر	$ب = صفر$
٣	أحد الجذرين مقلوب ضربي للآخر	$أ = جـ$
٤	الجذرين حقيقيين متساويين	$ب^{٢} - ٤ أ جـ = صفر$
٥	الجذرين حقيقيين مختلفين	$ب^{٢} - ٤ أ جـ > صفر$
٦	الجذرين غير حقيقيين مركبين	$ب^{٢} - ٤ أ جـ < صفر$
٧	الجذرين حقيقيين	$ب^{٢} - ٤ أ جـ \geq صفر$
٨	الجذرين مركبان مترافقان	$ب^{٢} - ٤ أ جـ \leq صفر$
٩	الجذرين مختلفين في الإشارة	$\frac{جـ}{أ} < صفر$
١٠	العمود بين الجذرين = ل	$ل = \frac{\sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{أ}$
١١	مجموع الجذرين = ل	$ل = \frac{-ب}{أ}$
١٢	ضرب الجذرين = ل	$ل = \frac{جـ}{أ}$
١٣	أحد الجذرين = ل	نضع $س = ل$ في المعادلة
١٤	الجذران نسبيان	الميز مربع كامل

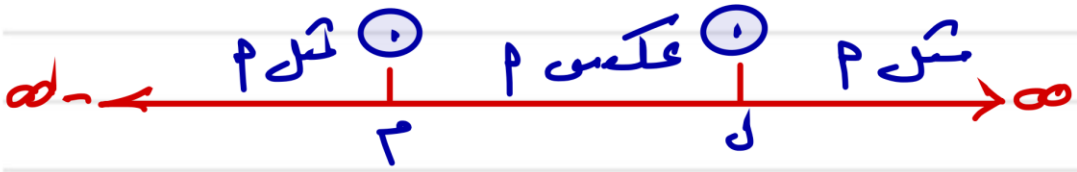
١١ بحث إشارة الدالة

١) د(س) = حـ ثابتة إشارة الدالة مثل حـ لكل س ∈ ح

٢) د(س) = ب س + حـ
ولتكن س = ل

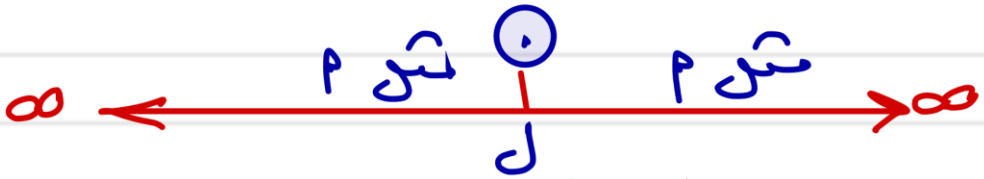


٣) د(س) = ﺃ س٢ + ب س + حـ
ولتكن الجذرين ل ، م ، م < ل



مثل ﺃ	.....	س ∈ ح - [ل ، م]
عكس ﺃ	...	س ∈]ل ، م[
د(س)	صفر	س ∈ {ل ، م}

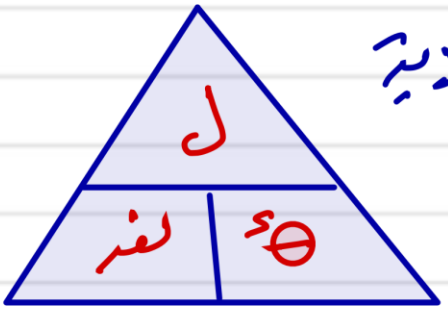
واذا كانه جذر المعادلة مشاوياله س = ل



واذا كانه جذر المعادلة لغير حقيقيان
تكون الاشارة مثل ﺃ لكل س ∈ ح

ثانيا : قوانين المثلثات

١ محيط الدائرة = ٢ π نق ، مساحة الدائرة = π نق^{٢}



$\theta^{\circ} = \frac{ل}{نق}$ حيث θ زاوية المركزية

θ لمستقيمات = $\theta^{\circ} \times \frac{١٨٠}{\pi}$

θ° الدائرى = $\theta \times \frac{\pi}{١٨٠}$

٢ (س ، ص) نقطة تقاطع الضلع النهائى للزاوية لموجبة θ مع دائرة الوحدة حيث

$جتا\theta = س$ ، $جا\theta = ص$ ، $ظا\theta = \frac{ص}{س}$

$قتا\theta = \frac{١}{ص}$ ، $قا\theta = \frac{١}{س}$ ، $ظتا\theta = \frac{س}{ص}$

٣ معادلة دائرة الوحدة

$س^{٢} + ص^{٢} = ١$

$جتا^{٢}\theta + جا^{٢}\theta = ١$ ←

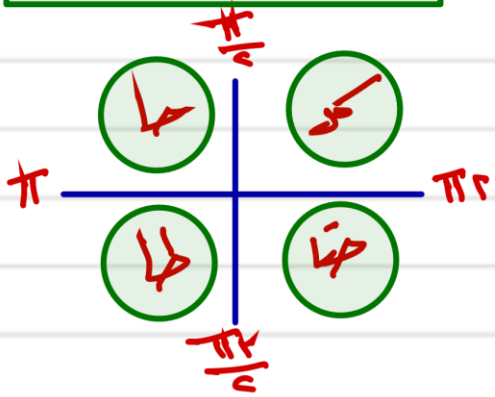
$ظا^{٢}\theta + ١ = قا^{٢}\theta$ ←

$ظتا^{٢}\theta + ١ = قتا^{٢}\theta$ ←

$ل جتا^{٢}\theta + ل جا^{٢}\theta = ل$ ←

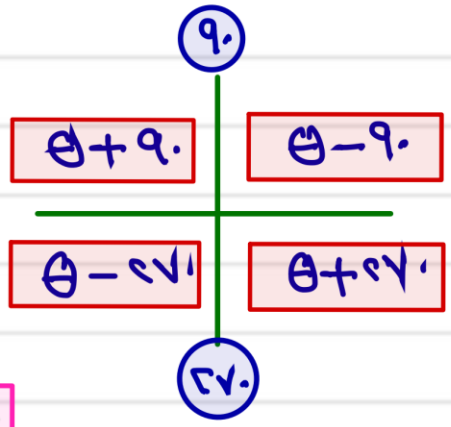
$(ل جتا\theta)^{٢} + (ل جا\theta)^{٢} = ل^{٢}$ ←

إشارة الدوال المثلثية

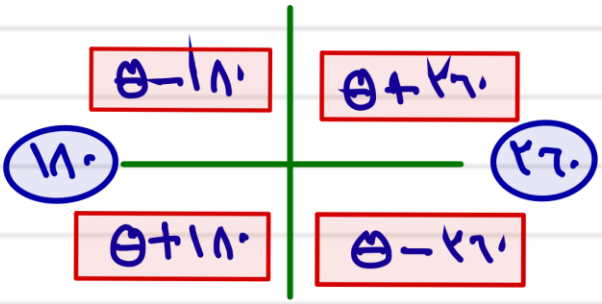


٤ العلاقات الأساسية بين الدوال المثلثية

علاقات بتغيير شكل وثبات اشارة الطرف



علاقات بتغيير شكل وثبات اشارة الطرف



علاقة الزاوية (−θ)

جا(−θ) = −جاθ

ظا(−θ) = −ظاθ

جتا(−θ) = جتاθ

٥ الحل العام

إذا كان جاα = جاβ ، جتاα = جتاβ فإن α = β + ٣٦٠ن

إذا كان ظاα = ظاβ فإن α = β + ١٨٠ن

٦

د(θ) = أ جاθ ، د(θ) = أ جتاθ حيث θ ∈ [٠ ، ٣٦٠]

المدى = [−أ ، أ]

الدورة = ٣٦٠ / |ب|

ثالثًا : قوانين الهندسة

١ $\triangle أ ب ج \sim \triangle د هـ و$ ومعامل التشابه = ك

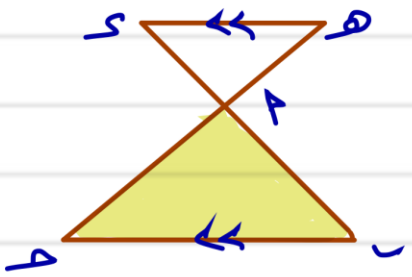
① $أ ب < ك$ $\quad$ $\triangle أ ب ج$ تكبير $\triangle د هـ و$

② $0 < ك < 1$ $\quad$ $\triangle أ ب ج$ تصغير $\triangle د هـ و$

③ $ك = 1$ $\quad$ $\triangle أ ب ج$ تطابق $\triangle د هـ و$

نظريات التناسب

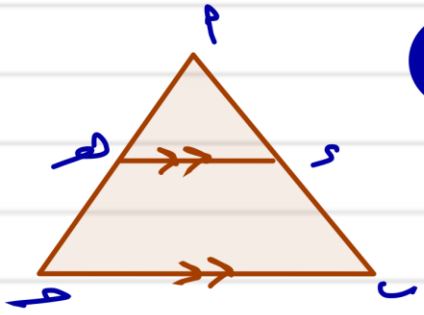
٢



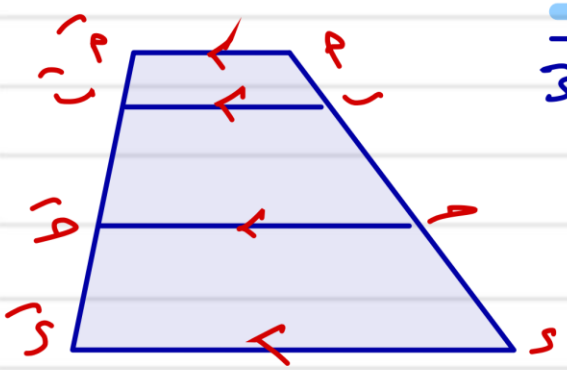
$\overline{ك هـ} \parallel \overline{ب د}$

$$\frac{م ك}{ك ب} = \frac{م هـ}{هـ د}$$

$$\frac{م ك}{م ب} = \frac{م هـ}{م د}$$



٣

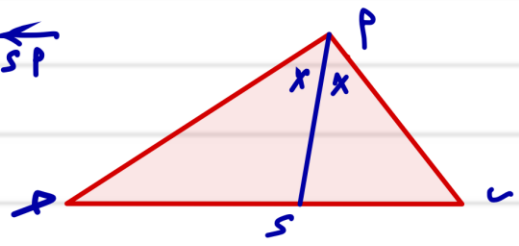


$\overline{أ ب} \parallel \overline{هـ د} \parallel \overline{ك م}$ ، $\overline{أ ب} \parallel \overline{ك م}$

$\overline{أ ك}$ ، $\overline{ب م}$ قاطعان لهما

$$\frac{أ ب}{ك م} = \frac{ب هـ}{هـ م} = \frac{هـ د}{م د} = \frac{أ هـ}{أ د}$$

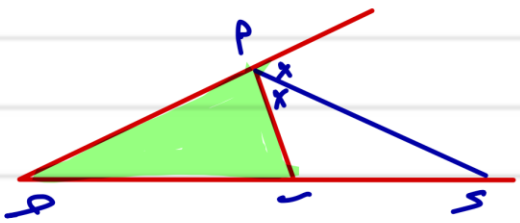
٤



$\overline{م ك}$ ينصف $\angle م$

$$\frac{ب ك}{د ك} = \frac{م ب}{م د}$$

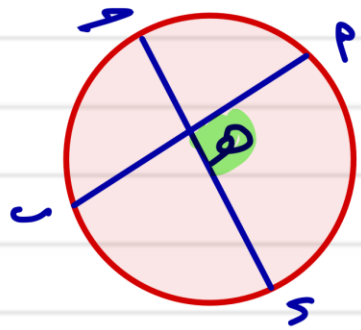
$$ك ك = \sqrt{م ب \times م د - ب ك \times ك د}$$



$$\frac{ب ك}{ك د} = \frac{م ب}{م د}$$

$$ك ك = \sqrt{م ب \times م د - ب ك \times ك د}$$

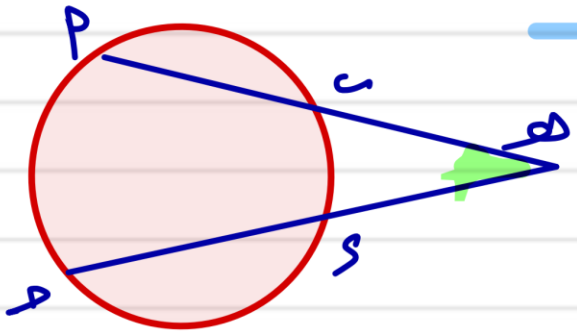
التمارين المقررة



٥ $\overline{أب} \cap \overline{جـد} = \{هـ\}$

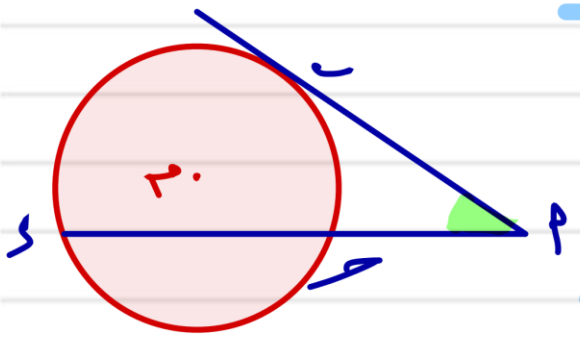
$هـأ \times هـب = هـجـ \times هـد$

$ق(\angle أهـد) = \frac{1}{2}[ق(\overset{\frown}{أد}) + ق(\overset{\frown}{جـب})]$



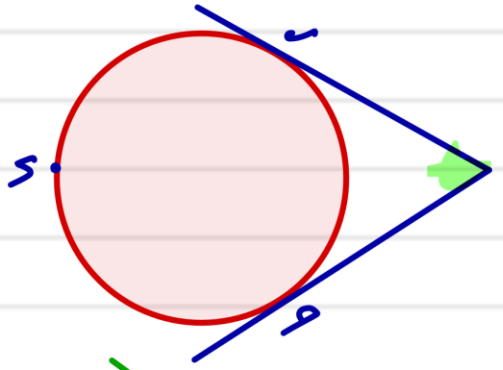
٦ $هـب \times هـأ = هـد \times هـجـ$

$ق(\angle هـ) = \frac{1}{2}[ق(\overset{\frown}{أجـ}) - ق(\overset{\frown}{بد})]$



٧ $(أب)^2 = أ جـ \times أ د = ق(\overset{\frown}{أ})$

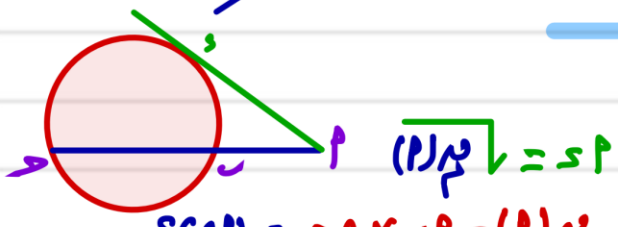
$ق(\angle أ) = \frac{1}{2}[ق(\overset{\frown}{بد}) - ق(\overset{\frown}{بجـ})]$



٨ $أب = أجـ$

$ق(\angle أ) = \frac{1}{2}[ق(\overset{\frown}{بجـ}) - ق(\overset{\frown}{بجـ})]$

$ق(\angle أ) + ق(\angle بجـد) = ١٨٠°$

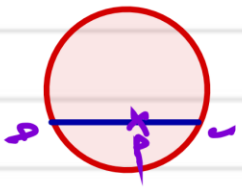


٩ قوة نقطة

$ق(\overline{أد})^2 = (أب)^2 - نق^2$

$أد = \sqrt{ق(\overline{أد})}$

$ق(\overline{أد}) = أب \times أجـ = (أد)^2$



$ق(\overline{أد}) = -أب \times أجـ$

أ خارجية بالدائرة $\Leftarrow$ $ق(\overline{أد}) > ٠$

أ واقعة بالدائرة $\Leftarrow$ $ق(\overline{أد}) < ٠$

أ على الدائرة $\Leftarrow$ $ق(\overline{أد}) = ٠$

بالتوفيق للجميع

"المراجعة النهائية" أولى ثانوي

أولاً: الجبر

أهم نقاط من المنهج ٢٠٢٣

م × ن مصفوفة من الرتبة م × ن

بعض المصفوفات الخاصة:-

(١) مصفوفة الصف (١ ، ٢ ، ٣) ، (٢ ، -١)

(٢) مصفوفة العمود $\begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$

(٣) المصفوفة المربعة $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٨ & ٧ & ٥ \end{pmatrix}$

(٤) المصفوفة الصفرية $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

(٥) مصفوفة القطر $\begin{pmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٥ \end{pmatrix}$

(٦) مصفوفة الوحدة $I = \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$

- $(أ^{م})^{ن} = أ^{م ن}$ ، $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$ ، $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

أما $(أ ب)^{-ن} = ب^{-ن} أ^{-ن}$ ، $(أ ب ج)^{-ن} = ج^{-ن} ب^{-ن} أ^{-ن}$ خلي بالك قوي

- إذا كان $أ = أ^{ت}$ تسمى مصفوفة متماثلة.

- إذا كان $أ = -أ^{ت}$ تسمى مصفوفة شبه متماثلة.

لازم تعرف القطر الرئيسي لكل أمثلة قوي

- $أ^{-١} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} د & -ب \\ -ج & أ \end{pmatrix}$ حيث $\Delta = |أ| \neq ٠$ ، حيث $أ = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{pmatrix}$

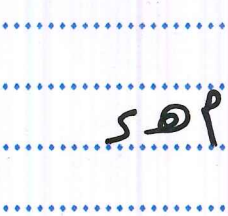
- $أ \times أ^{-١} = أ^{-١} \times أ = I$

- مساحة Δ أ ب ج حيث أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$ ، ج $(س_٣ ، ص_٣)$

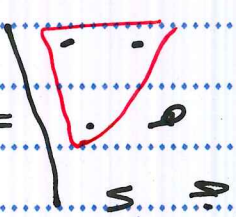
المساحة $= \frac{١}{٢} \begin{vmatrix} س_١ & ص_١ & ١ \\ س_٢ & ص_٢ & ١ \\ س_٣ & ص_٣ & ١ \end{vmatrix}$

لو عاوز زاوية ـ اعمل عمود على ضلع مستقيم يمر بالمساحة = صفر.

- $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ و & هـ & ز \\ ح & ط & ك \end{vmatrix} = أ \begin{vmatrix} هـ & ز \\ ط & ك \end{vmatrix} - ب \begin{vmatrix} و & ز \\ ح & ك \end{vmatrix} + ج \begin{vmatrix} و & هـ \\ ح & ط \end{vmatrix}$



- $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ ٠ & هـ & ز \\ ٠ & ٠ & ك \end{vmatrix} = أ هـ ك$



- حل المعادلتين $أ_١ س + ب_١ ص = جـ_١$ ، $أ_٢ س + ب_٢ ص = جـ_٢$ باستخدام كرامر

$\Delta = \begin{vmatrix} أ_١ & ب_١ \\ أ_٢ & ب_٢ \end{vmatrix}$ ، $\Delta_س = \begin{vmatrix} جـ_١ & ب_١ \\ جـ_٢ & ب_٢ \end{vmatrix}$ ، $\Delta_ص = \begin{vmatrix} أ_١ & جـ_١ \\ أ_٢ & جـ_٢ \end{vmatrix}$

$س = \frac{\Delta_س}{\Delta}$ ، $ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta}$

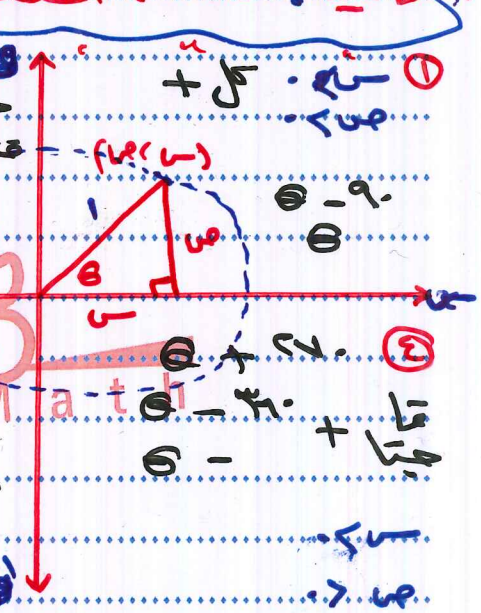
Target In Math
Ahmed Abo Abdo

لحل المعادلات بطريقة المصفوفات:

$$\begin{pmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{pmatrix}\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} هـ \\ و \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} هـ \\ و \end{pmatrix}$$

ثانيا: حساب الزاويات



$$\text{جا}\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \text{ص} \quad \text{جتا}\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \text{س}$$

$$\text{ظا}\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\text{جا}\theta \cdot \text{قا}\theta = ١ \quad \text{جتا}\theta \cdot \text{قتا}\theta = ١ \quad \text{ظا}\theta \cdot \text{طتا}\theta = ١$$

$$\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١$$

$$\text{جتا}^{٢}\theta + \text{جا}^{٢}\theta = ١ \quad \leftarrow (١)$$

$$\text{جتا}^{٢}\theta = ١ - \text{جا}^{٢}\theta \quad (\text{أو}) \quad \text{جا}^{٢}\theta = ١ - \text{جتا}^{٢}\theta$$

$$\text{جتا}^{٢}\theta$$

$$١ + \text{فا}^{٢}\theta = \text{قا}^{٢}\theta \quad \leftarrow (٢)$$

$$١ = \text{قا}^{٢}\theta - \text{ظا}^{٢}\theta \quad (\text{أو}) \quad \text{ظا}^{٢}\theta = \text{قا}^{٢}\theta - ١$$

$$\text{جا}^{٢}\theta$$

$$\text{طتا}^{٢}\theta + ١ = \text{قتا}^{٢}\theta \quad \leftarrow (٣)$$

$$\text{طتا}^{٢}\theta = \text{قتا}^{٢}\theta - ١ \quad (\text{أو}) \quad ١ = \text{قتا}^{٢}\theta - \text{طتا}^{٢}\theta$$

$$-١ \leq \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta} \leq ١ \quad \text{لا يوجد}$$

إذا كان $\text{جا}\theta = \text{جتا}\alpha$ فإن $\theta \pm \alpha = ٩٠ + ٣٦٠ن$

إذا كان $\text{جتا}\theta = \text{جا}\alpha$ فإن $\theta \pm \alpha = ٩٠ + ٣٦٠ن$

إذا كان $\text{ظا}\theta = \text{طتا}\alpha$ فإن $\theta \pm \alpha = ١٨٠ + ٣٦٠ن$

مع مراعاة إشارة الربع

كوزاوية انخفاض

زاوية ارتفاع

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ قاعدة × الارتفاع

$\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولين في جا الزاوية المحصورة

$$= \frac{١}{٢}\text{جـ}\,\text{ب}\,\text{جا}\theta$$

$$= \sqrt{\text{ح}(\text{ح}-\text{أ})(\text{ح}-\text{ب})(\text{ح}-\text{جـ})}$$

$$\text{ح} = \frac{١}{٢}(\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ})$$

Target In Math
Ahmed Abo Abdo
مكتبة مكة - ميدان سرور
MR.Ahmed Abo Abdo

• مساحة أى شكل رباعى = ½ حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة بينهم

• مساحة أى شكل منتظم = ¼ ن × س² × ظا (π/ن)

ن ← عدد الأضلاع ، س ← طول الضلع

• مساحة الدائرة = π نق² ، • محيط الدائرة = ٢π نق

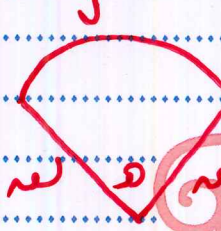
• مساحة القطاع الدائرى = ½ ل × نق

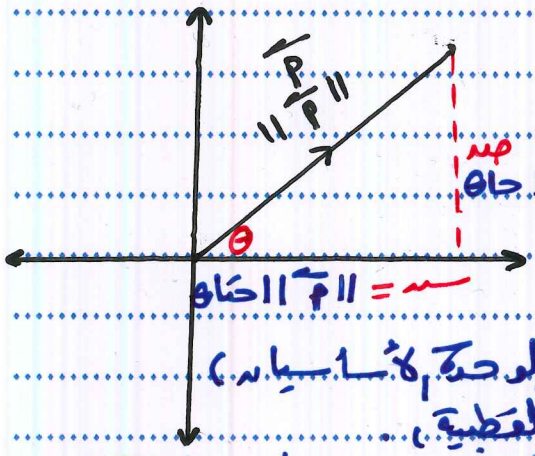
ل = ½ هـ° × نق

ل = π هـ° × نق / ١٨٠

• محيط القطاع الدائرى = ٢ نق + ل

• مساحة القطعة الدائرية = ½ نق² (θ − جا θ)





ثالثاً : الهندسة

ق = (س ، ص) متجه الموضع

|| ق || = √(س² + ص²)

ظا θ = ص / س مع مراعاة الربع (الاتجاه)

• ق = س + ص = ص

• ق = (|| ق || ، θ) (الصورة القطبية)

• ق = (|| ق || جتا θ ، || ق || جا θ) (الصورة الإحداثية)

• إذا كان أ ب // س ص فإن || أ ب || = |س ص|

∴ أ ب = س ص ∴ ب − أ = ص − س ونفس الاتجاه.

خلى بالك متجه الوحدة يعنى || ... || = ١

• أ // ب ، أ = (س١ ، ص١) ، ب = (س٢ ، ص٢)

(١) س١ / س٢ = ص١ / ص٢

(٢) س١ ص٢ − س٢ ص١ = ٠

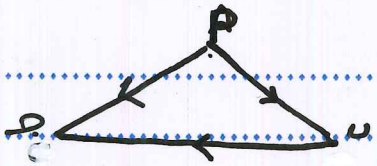
(٣) أ = ك ب

• أ ⊥ ب ، أ = (س١ ، ص١) ، ب = (س٢ ، ص٢)

س١ س٢ + ص١ ص٢ = ٠

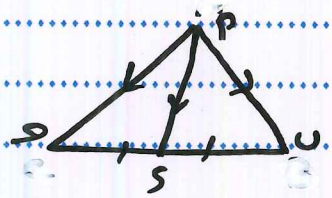
Target In Math
Ahmed Abo Abdo

(١) جمع المتجهات



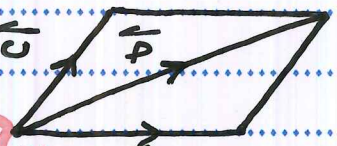
$\overrightarrow{ق ر} = \overrightarrow{ق ن} + \overrightarrow{ن ر}$

(٢)



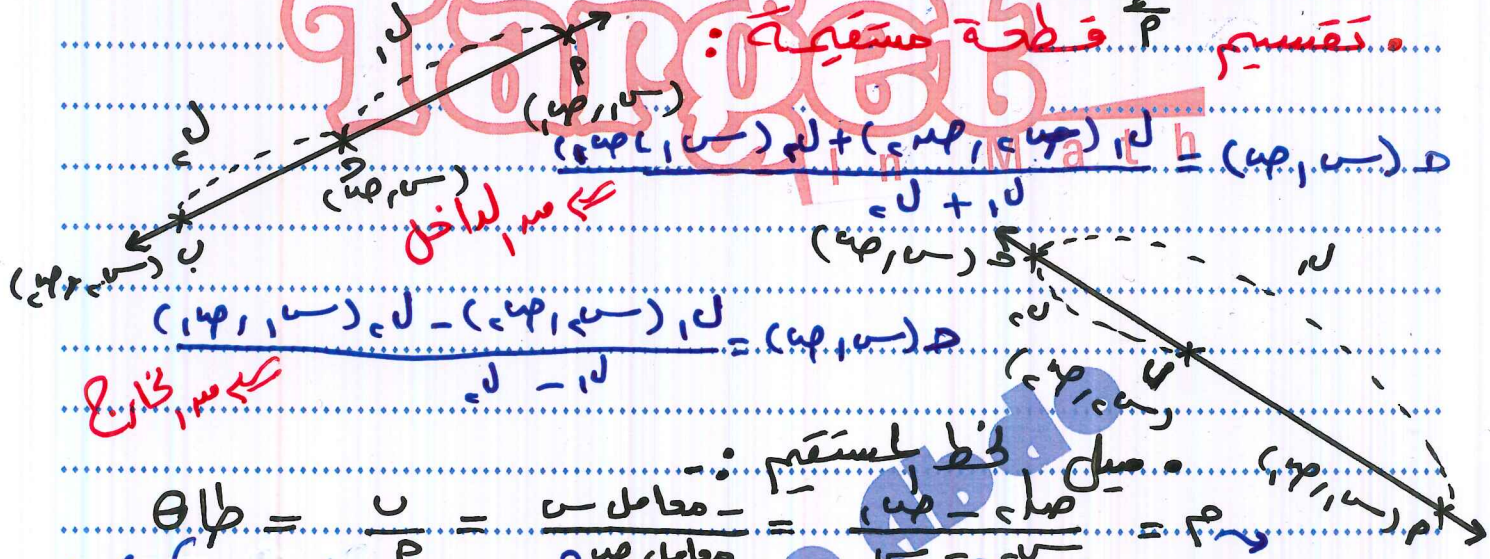
$\overrightarrow{ر ع} = \overrightarrow{ر ق} + \overrightarrow{ن ر}$

(٣)



$\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ن} + \overrightarrow{ر}$

• تقسيم قطعة مستقيمة:



$د(س_1, ص_1) = \frac{ل_1(س_2, ص_2) + ل_2(س_1, ص_1)}{ل_1 + ل_2}$ ← من الداخل

$د(س_1, ص_1) = \frac{ل_1(س_2, ص_2) - ل_2(س_1, ص_1)}{ل_1 - ل_2}$ ← من الخارج

• ميل الخط المستقيم: $م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

• معادلة الخط المستقيم: $ص = م س + جـ$

• $\theta_{ل} = \frac{ن}{ر} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ ← قياس زاوية موجبة التي يصنعها المستقيم مع الجزء الموجب من محور السينات

• إذا كان ل // ل$_2$ ∴ م$_1$ = م$_2$

• إذا كان ل$_1$ ⊥ ل$_2$ ∴ م$_1$ × م$_2$ = −١

• إذا كان ل // محور السينات ∴ م = ٠

• إذا كان ل // محور الصادات ∴ م غير موجودة

• يقطع مع محور السينات نضع ص = ٠

• يقطع مع محور الصادات نضع س = ٠

معادلة الخط المستقيم:

$\overrightarrow{ع} = \overrightarrow{ر} + ك \overrightarrow{ق}$ (المعادلة بجهة الخط المستقيم)

$س = س_1 + ر ك$ ، $ص = ص_1 + ن ك$ (البارامترية)

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ (كارتيزية)

يقطع مع محور السينات (ر) ← $\frac{س}{ر} + \frac{ص}{ن} = ١$ ← يقطع مع محور الصادات (ن)

Target In Math
Ahmed Abo Abdo

• المعادلة العامة للخط المستقيم المار بنقطة تقاطع مستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$

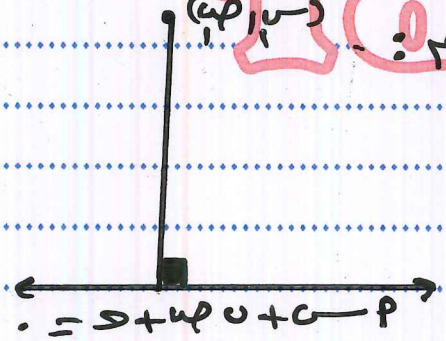
$أ_1 س + ب_1 ص + جـ_1 + ك (أ_2 س + ب_2 ص + جـ_2) = 0$

• قياس الزاوية بين مستقيمين :

$$ظا \theta = \left| \frac{م_1 - م_2}{1 + م_1 م_2} \right| \quad \text{حيث } \theta \in \left[0 ، \frac{\pi}{2} \right]$$

$م_1$ ميل الخط المستقيم $ل_1$ ، $م_2$ ميل الخط المستقيم $ل_2$

• طول العمود المرسوم من نقطة إلى خط مستقيم :



$$ل = \frac{| أ س_1 + ب ص_1 + جـ |}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$$

Target In Math
Ahmed Abo Abdo