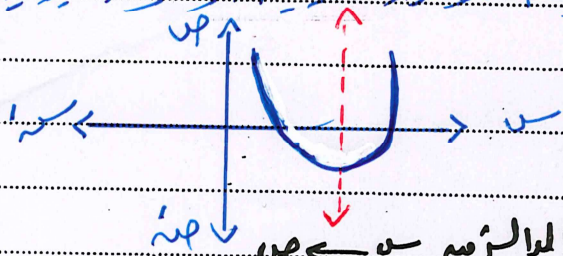
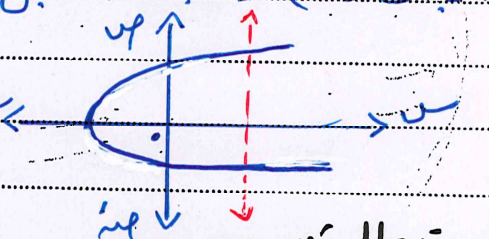
ملخص منهج الجبر

الدالة الحقيقية: الدالة د: س ← ص تسمى دالة حقيقية إذا كانت كل من المجال (س) والمجال المقابل (ص) هو مجموعة الأعداد الحقيقية أو مجموعة جزئية فعلية منها



الدالة هـ: س ← ص



ليست دالة هـ: س ← ص

مجال الدالة:

١) كل الدوال كثيرة الحدود يكون مجالها ح

٢) مجال الدالة النسبية يكون ح عدا أصفار المقام

٣) إذا كانت د(س) = $\frac{\text{هـ(س)}}{\text{و(س)}}$ حيث و(س) ≠ صفر، و(س) ≥ ١، هـ(س)، و(س) كثيرة حدود.

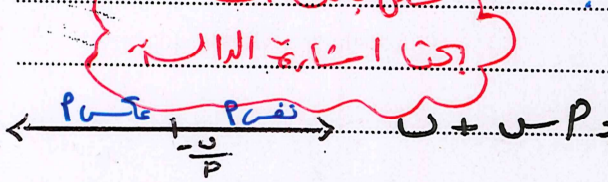
أ) عندما و يكون عدد فردي فإن المجال يكون ح

ب) عندما و يكون زوجي فإن المجال هـ(س) ≥ صفر

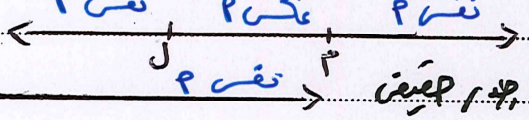
٤) لو م س ن ح ، م ∈ ح - {٠}

خلي بالك دائما إحنا اشارة الدالة

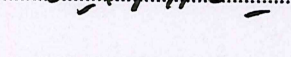
أ) إذا كانت د(س) من الدرجة الأولى: د(س) = أ س + ب



ب) إذا كانت د(س) من الدرجة الثانية، فإن جذور ل رقم (الحقيقي): د(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ

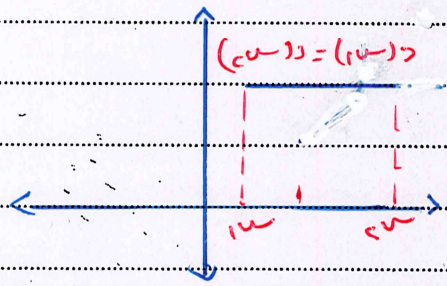


* جذر واحد ل

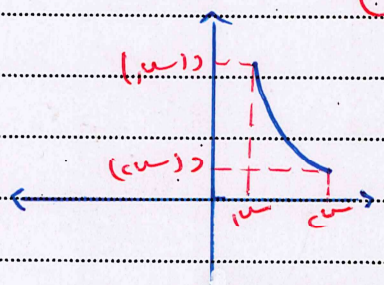


* ليس جذر حقيقي

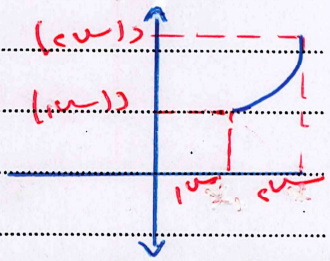
أطراد الدالة:



الدالة ثابتة ∀ س١، س٢ ∈



الدالة متناقصة ∀ س١، س٢ ∈



الدالة تزايدية ∀ س١، س٢ ∈

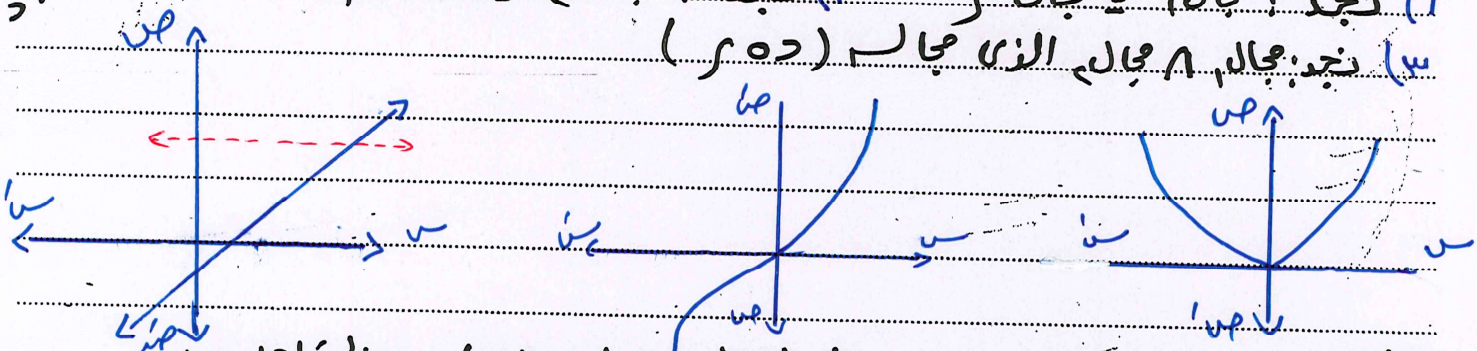
* خلي بالك على اشارة نجيب (هـ(س) ± د(س)) لازم نجيب مجال ∩ مجال

أما لو عاوز نجيب (هـ(س) × د(س)) لازم نجيب مجال ∩ مجال - صفر (د(س))

* $(د + ر)(س) = د(س) + ر(س)$ لإيجاد مجال الدالة $(د + ر)$ تتبع الآتي

أ) نجد: مجال $د$ = مجال $ر$ ٢) نجد: مجال $ر$ = نقاط $س$ التي تجعل $ر(س)$ في مجال $د$

٣) نجد: مجال $د$ ∩ مجال $ر$ الذي مجاله $(د + ر)$



دالة زوجية $د(س) = د(-س)$ دالة فردية $و(-س) = -و(س)$ دالة احادية

متماثل حول محور الصادات ؟ متماثل حول نقطة الأصل.

إذا $د(P) = د(ب) = P$ ← خط مستقيم يقطع $س$ في نقطة

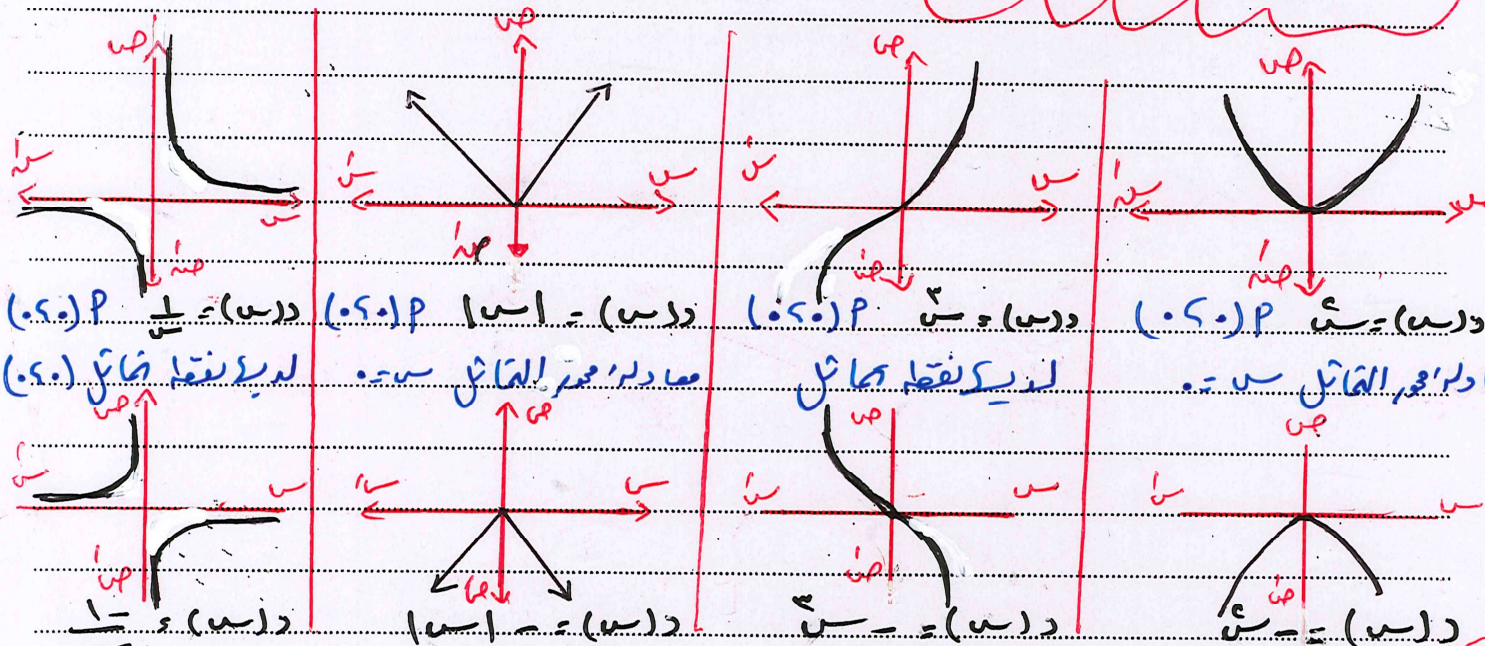
* إذا كان $د$، $ر$ دالتين زوجيتين و $ك$، $ل$ دالتين فرديتين فإن:

أ) $د \pm ر$ يكون زوجية ب) $ك \pm ل$ يكون فردية ج) $د \pm ك$ ليست زوجية ولا فردية

د) كلاهما $د \times ر$، $د \times ك$ يكون زوجي هـ) $\frac{د}{ر}$ كلاهما $ر \times ك$، $\frac{ك}{ل}$ يكون زوجي

و) كلاهما $د \times ك$، $\frac{د}{ك}$ يكون فردي

* التمثيل البياني للدوال.



$د(س) = س^{٢}$ $P(٠،٠)$ — معادلة محور التماثل $س = ٠$

$د(س) = س^{٣}$ $P(٠،٠)$ — لديه نقطة تماثل $(٠،٠)$

$د(س) = |س|$ $P(٠،٠)$ — معادلة محور التماثل $س = ٠$

$د(س) = \frac{١}{س}$ $P(٠،٠)$ — لديه نقطة تماثل $(٠،٠)$

$د(س) = -س^{٢}$

$د(س) = -س^{٣}$

$د(س) = -|س|$

$د(س) = -\frac{١}{س}$

خلي بالك: المعادلة $د(س) = P س^{٢} + ب س + ج$ ← المحور $= \frac{-ب}{٢P}$ ، $\left(\frac{-ب}{٢P}، د\left(\frac{-ب}{٢P}\right)\right)$

المنحنى $ص = د(س)$ بالانعكاس:

- في محور الصادات ← $ص = د(-س)$
- في محور السينات ← $ص = -د(س)$
- في نقطة الأصل ← $ص = -د(-س)$

* حل المعادلة: (i) $|ا س + ب| = \begin{cases} ا س + ب & س \geq -\frac{ب}{ا} \\ -ا س - ب & س < -\frac{ب}{ا} \end{cases}$

* $|س| = د$ ، $د > 0$ ⇒ $س = \pm د$

* $(|ا|)^2 = ا^2$ * $\sqrt{ا^2} = |ا|$

* $|س| \geq ا$ ⇒ $س \geq ا$ أو $س \leq -ا$

* $|س| < ا$ ⇒ $-ا < س < ا$

* $|ا| = |ب|$ ⇒ $ا = \pm ب$

* إذا كانت $|س| < ا$ ⇒ $-ا < س < ا$

(ii) $|ا| \geq 0$ ∴

(iii) $|ا ب| = |ا| |ب|$

(iv) $|ا + ب| \leq |ا| + |ب|$ ، (v) $|ا| = |-ا|$

(vi) $|ا - س| = |س - ا|$

* النسبة: (1) $\sqrt[م]{ا^م} = ا^{\frac{1}{م}}$

(2) $\sqrt[م]{ا ب} = \sqrt[م]{ا} \times \sqrt[م]{ب}$

(3) $\sqrt[م]{\frac{ا}{ب}} = \frac{\sqrt[م]{ا}}{\sqrt[م]{ب}}$

(4) $\sqrt[م]{ا \pm ب} \neq \sqrt[م]{ا} \pm \sqrt[م]{ب}$

(5) $ا^0 = 1$ $ا \neq 0$

(6) $ا^{-ن} = \frac{1}{ا^ن}$

(7) $ا^م \div ا^ن = ا^{م-ن}$

(8) $(ا ب)^ن = ا^ن ب^ن$

(9) $(ا^م)^ن = ا^{م ن}$

(10) $ا^م \times ا^ن = ا^{م+ن}$

(11) $(\frac{ا}{ب})^{-ن} = (\frac{ب}{ا})^ن = \frac{ب^ن}{ا^ن}$

(12) $ا^م = ا^ن$ ⇒ $م = ن$ إذا كان $ا \neq 0, \pm 1$

(13) $ا^2 = ب^2$ ⇒ $ا = ب$ إذا كان $ن$ فردي

$ا = \pm ب$ إذا كان $ن$ زوجي

(14) $د(س) = ا^س$ $ا \in ح^+ - \{1\}$

المجال يكون $ح$ لمدى $ح^+$

أحادية

$ا > 1$ ⇒ $ا^س \to \infty$ حيث $س \to \infty$ حيث $س > 0$

$0 < ا < 1$ ⇒ $ا^س \to 0$ حيث $س \to \infty$ حيث $س$

$ص = ا^س$ فإن $د(-س) = ا^{-س} = (\frac{1}{ا})^س$ تكون صورة انعكاس مع

محور الصادات

متزايدة آسية: $د(ت) = ا(1+ر)^ت$ ، $م = ع(1+\frac{ر}{ن})^{ن}$ صيغة تركيبية

متناقصة أسية: $د(ت) = ا(1-ر)^ت$ حيث $ا$ قيمة أساسية ، $ر$ تكون نسبة مئوية ، $ن$ يكون لزمن

* الدالة العكسية: (1) $د$ م $د^{-1}$ $(س) = س$ ، $د$ م $د^{-1}$ $(س) = س$

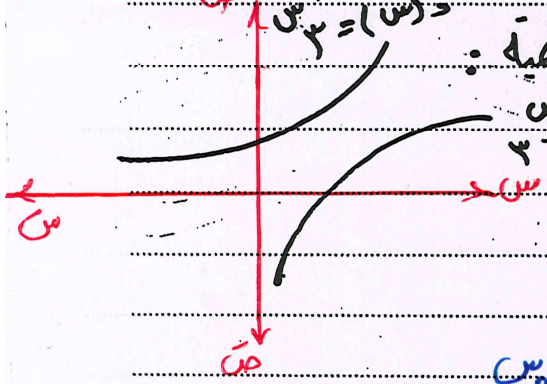
(2) مجال $د$ = مدى $د^{-1}$ ، مدى $د$ = مجال $د^{-1}$

(3) أحادية (4) متماثل حول $ص = س$ خذ كل $(س، ص)$ وكل $(ص، س)$

* الدالة اللوغارتمية: $ص = لو_ا س$ ⇔ $س = ا^{ص}$ حيث $س \in ع^+$

$ا \in ع^+ - \{1\}$ ، $ص \in ع$

متناقصة (0،1) ، متزايدة (0،1)



* الدالة الأسية تكون معكوس الدالة اللوغارتمية :

* بعض خواص اللوغارتمات :

① $\log_{م} م = 1$ ② $\log_{م} 1 =$ صفر

③ $\log_{م}(س ص) = \log_{م} س + \log_{م} ص$

④ $\log_{م}\left(\frac{س}{ص}\right) = \log_{م} س - \log_{م} ص$ ⑤ $\log_{م} س^{ن} = ن \log_{م} س$

⑥ $\log_{ص} س = \frac{\log_{م} س}{\log_{م} ص}$ ⑦ $\log_{ص} س = \frac{1}{\log_{س} ص}$

[إذا كان س ∈ ح+ ، م تكون عدد خوصص ≠ ١ ، م ∈ ح+ - {١} فإن $\log_{م} س^{ن} = ن \log_{م} |س|$]

⑧ $\log_{١٠} ١ = ١$ مثال : $\log_{٥} ٤ = ٤ \log_{٥} |س|$ "مهم جداً"

⑨ إذا كان $\log_{م} س = \log_{م} ص$ ∴ س = ص

ثانياً : التفاضل

① الكميات الغير معينة هم سبعة : $\frac{٠}{٠}$ ، $\frac{\infty}{\infty}$ ، $\infty - \infty$ ، $\infty \times ٠$ ، $\infty^{٠}$ ، ١^{∞} ، $٠^{٠}$

أول خطوة في النهايات التعويض المباشر وبعد كده الطرق لو طلعت حاجة هم لا نحاول نتعامل (معاملة صفر)

② $\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}}$ تكون كمية غير معرفة .

③ إذا كان $د(م)^{+} = د(م) = ل$ ∴ $\lim_{س \to م} د(س) = ل$

• خواص النهاية :

① إذا كانت د(س) دالة كثيرة حدود في س فإن $\lim_{س \to م} د(س) = د(م)$

② إذا كان د(س) = ك تكون ثابتة ∴ $\lim_{س \to م} ك = ك$

③ إذا كان $\lim_{س \to م} د(س) = ل$ ، $\lim_{س \to م} ر(س) = م$

∴ ① $\lim_{س \to م} (د(س) \pm ر(س)) = ل \pm م$

② $\lim_{س \to م} د(س) \times ر(س) = ل \times م = \lim_{س \to م} د(س) \times \lim_{س \to م} ر(س)$

③ $\lim_{س \to م} ك \, د(س) = ك \lim_{س \to م} د(س) = ك \, د(م)$

٤) $\lim_{س \to ا} \frac{د(س) - د(ا)}{س - ا} = \lim_{س \to ا} \frac{د(س) - د(ا)}{ع(س) - ع(ا)} = \frac{د(ا)}{ع(ا)} = \frac{ل}{م}$ بشرط $ع(ا) \neq ٠$

٥) $\lim_{س \to ا} (د(س))^{ن} = (\lim_{س \to ا} د(س))^{ن} = ل^{ن}$ ، $ن \in ص^{+}$

٦) $\lim_{س \to ا} \frac{س^{ن} - ا^{ن}}{س^{م} - ا^{م}} = \frac{ن}{م} ا^{ن-م}$ حيث $ن ، م \neq ٠$ ، $م$ عدد

٧) $\lim_{س \to \infty} \frac{ك}{س^{ن}} =$ عدد

٨) $\lim_{س \to \infty} \frac{ا}{س^{ن}} =$ عدد $\neq ٠$ ، $ن \in ص^{+}$

٩) $\lim_{س \to \infty} س^{ن} = \infty$

في حالة ∞ ينقسم على أعلى أس في المقام

لو أعلى أس فوق = أعلى أس تحت خذ معامل ÷ معامل

لو // // > // // // // يبقى $\pm \infty$

لو // // < // // // // يبقى صفر

خلص ١٠) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ا س}{ب س} = \frac{ا}{ب}$ ١١) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا ا س}{ب س} = \frac{ا}{ب}$

١٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتا س}{س} = ٠$

تذكر أن ① $جا^{٢} س + جتا^{٢} س = ١$

② $١ + ظا^{٢} س = قا^{٢} س$

③ $١ + ظتا^{٢} س = قتا^{٢} س$

خاص بالك: إذا كانت س قياس زاوية بالتقدير الستيني فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س} = \frac{\pi}{١٨٠}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س}{س} = \frac{\pi}{١٨٠}$

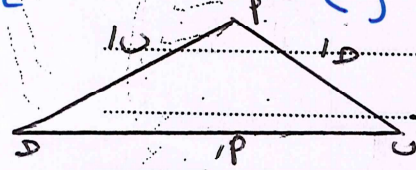
ملحوظة مراعاة الربع "لتغير π ، $\pi ٢$" ، "$\frac{\pi}{٢}$ ، $\pi \frac{٣}{٢}$ تغير"

١٣) إذا كان $\lim_{س \to ا} د(س) = د(ا)$ ∴ $د(س)$ تكون متصلة عند $س = ا$

ملحوظة: كل الدوال متصلة في المجال $\{ص : ص \in ح - \{ن \pi + \frac{\pi}{٢} : ن \in ص\}\}$

خاص بالك ⑤ $د(س) = ظا س$ تكون متصلة عند $س \in ح -$

ثالثا: حساب ∆



$\frac{ا}{جا ا} = \frac{ب}{جا ب} = \frac{ج}{جا ج} =$ ٢ نصف $د$

$\frac{محيط \Delta ا ب ج}{جا ا + جا ب + جا ج} =$

كم عدد حلول طالك عمر

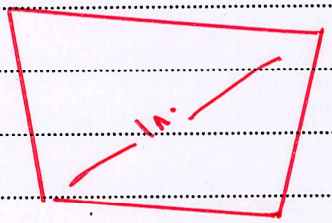
① طريقة فانوبر حتا لو التحليل لحاصل عددين موجبين يبقى عدد الحلول اثنين

② لو التحليل عدد موجب وآخر سالب حل وحيد لو الة تحليل لحاصل عددين سالبين أو حركيين لا يوجد حلول.

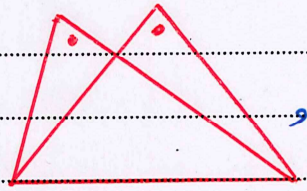
المعادلة	الحل العام
حاس = ٠	$س = ن\pi$
حاس = ١	$س = ن\pi + \frac{\pi}{2}$
حاس = -١	$س = ن\pi + \frac{3\pi}{2}$
حتاس = ٠	$س = ن\pi + \frac{\pi}{2}$
حتاس = ١	$س = ن\pi$
حتاس = -١	$س = ن\pi + \pi$

خلي بالك: الرباعي الدائري

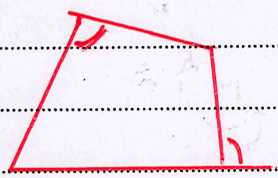
كل زاويتين متقابلتين = ١٨٠° أو كل زاويتان في نفس الاتجاه ولهما نفس القاعدة يكونا متساويتان



زاويتان متقابلتين
مجموعهم ١٨٠



زاويتان على قاعده واحده وضلعين واحده



زاويه خارجه تساوي المقابله للمجاوره

ملخص منهج البعثة

ورقة : جبر

(١) لكل $n \geq 1$: (أ) $ع_{n+1} - ع_n > 0$ ∴ المتتابعة تزايدية

(ب) $ع_{n+1} - ع_n < 0$ ∴ متتابعة تناقصية

(ج) $ع_{n+1} - ع_n = 0$ ∴ متتابعة ثابتة

(٢) إذا كان إشارة كل عنصر في المتتابعة يتغير عن الحد التالي له فإن المتتابعة تسمى متتابعة متذبذبة

(٣) متتابعة حسابية : $ع_n = أ + (n-1)ء$ ← $ع_{n+1} - ع_n$ ← ثابت ← الحد الأول ← رتبة الحد ← الحد الأخير

(*) $ل = أ + (n-1)ء$ (*) إذا كان $س$ ، $ص$ ، $ع$ حدود متتابعة حسابية

$ص = \frac{س + ع}{2}$ ∴

(*) $ص_n = \frac{n}{2}(2أ + (n-1)ء) = \frac{n}{2}(أ + ل)$

حل سؤال على السريع: إذا كان $ع_n$ ، $ع_m$ يكونان حدين في متتابعة حسابية

فإن $ء = \frac{ع_m - ع_n}{m - n}$ حيث $m \neq n$

$أ - ء$ ، $أ$ ، $أ + ء$ لو مستفرض ثلاثة حدود في متتابعة حسابية

$أ - 3ء$ ، $أ - ء$ ، $أ + ء$ ، $أ + 3ء$ لو مستفرض أربعة حدود في متتابعة حسابية

(*) عندما n يكون متوسطاً حسابياً محصور بين $أ$ ، $ب$ فإن $ء = \frac{ب - أ}{n + 1}$

(*) إذا كان $(أ_1 ، أ_2 ، أ_3 ، \ldots)$ يكونا متتابعة حسابية فإن:

(١) $(أ_1 \pm ك ، أ_2 \pm ك ، أ_3 \pm ك ، \ldots)$ يكونا متتابعة حسابية أيضاً

(٢) $(أ_1 ك ، أ_2 ك ، أ_3 ك ، \ldots)$ يكونا متتابعة حسابية أيضاً

(٣) إذا كان $(أ_1 ، أ_2 ، أ_3 ، \ldots)$ متتابعة حسابية مشتركها $ء_1$

$(ب_1 ، ب_2 ، ب_3 ، \ldots)$ متتابعة حسابية مشتركها $ء_2$

فإن $(أ_1 + ب_1 ، أ_2 + ب_2 ، أ_3 + ب_3 ، \ldots)$ يكون متتابعة حسابية مشتركها $ء_1 + ء_2$

Target In Math
Ahmed Abo Abdo

متتابعة هندسية :

نسبة مشتركة $= \frac{ح_{ن+1}}{ح_ن}$ ← $ر \neq 0$

تزايدية : $ر > 1$ ، $أ_1 > 0$ أو $ر < 1$ ، $أ_1 < 0$

تناقصية : $0 < ر < 1$ ، $أ_1 > 0$ أو $ر > 1$ ، $أ_1 < 0$

* الإشارة تبادلية إذا كان $ر < 0$ * ثابتة $ر = 1$

* $ح_ن = أ_1 ر^{ن-1}$ * $ل = أ_1 ر^{ن-1}$ * إذا كان $س$ ، $ص$ ، $ع$ متتابعة هندسية

$\therefore$ وسط $= \sqrt{س ع}$

* $مـ_ن = \frac{أ_1(1-ر^ن)}{1-ر}$ ، $ر \neq 1$ أو $\frac{أ_1(ر^ن - 1)}{ر-1}$ * $مـ_ن = \frac{أ_1 - ل ر}{1-ر}$ أو $\frac{ل ر - أ_1}{ر-1}$

* $مـ_\infty = \frac{أ_1}{1-ر}$ ، $-1 < ر < 1$ "مجموع حدود"

* إذا كان $ح_ن$ ، $ح_{ن+1}$ حدين في متتابعة هندسية فإن $ر = \frac{ح_{ن+1}}{ح_ن}$

* متوسط حسابي بين حدين حقيقيين موجبين لأي عددين هو متوسطهما الهندسي.

$\frac{س + ص}{2} > \sqrt{س ص}$

* إذا كان $(أ_1 ، أ_2 ، أ_3 ، ...)$ تكون متتابعة هندسية أساسها $(ر)$

$(س ، ص ، ع ، ...)$ تكون $ص^2 = س ع$ تكون أساسها $(ر)$ فإن

(1) $(\frac{1}{س} ، \frac{1}{ص} ، \frac{1}{ع} ، ...)$ تكون $ص^2 = س ع$ أساسها $(\frac{1}{ر})$

(2) $(أ_1 ، أ_2 ، أ_3 ، ...)$ تكون $ص^2 = س ع$ أساسها $(ر)$ ، $أ_1 \neq 0$

(3) $(\frac{1}{أ_1} ، \frac{1}{أ_2} ، \frac{1}{أ_3} ، ...)$ ، $ص^2 = س ع$ أساسها $(ر)$

(4) $(أ_1^ل ، أ_2^ل ، أ_3^ل ، ...)$ تكون $ص^2 = س ع$ أساسها $ر^ل$

$ن ، ر \in ن$ ، $ر \geq ن$ فإن

$ك ن! = ن(ن-1)(ن-2) ... \times 3 \times 2 \times 1$ أو $ن! = ن(ن-1)!$

$ك ن^ر = ن(ن-1)(ن-2) ... (ن-ر+1) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$ حيث $ر \leq ن$

$ك ن ق_ر = \frac{ن^ر}{ر!} = \frac{ن!}{ر!(ن-ر)!}$ $ك ق_ر = ك ق_{ن-ر}$ $ك ق_ن = ك ق_0 = 1$

$ك ل_ن = ن ل_1 = ل_ن$

$ك ق_ر = ن$ $ك$ إذا كان $ك ق_س = ك ق_ص$ فإن $س = ص$ أو $س + ص = ن$

كلمة X و ... أو + ... ترتيب مهم يبقى ل ... ترتيب مش مهم يبقى ح

مكتبة مكة - ميدان سرور
MR.Ahmed Abo Abdo

ثانياً : التفاضل

① $ت(هـ) = د(س+هـ) - د(س)$ ② $م(هـ) = \frac{ت(هـ)}{هـ} = \frac{د(س+هـ)-د(س)}{هـ}$

③ معدل التغير = $\lim_{هـ \to 0} م(هـ) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ)-د(س)}{هـ}$

$= \frac{ص}{س} = \frac{د ص}{د س} = د'(س)$ ← ميل المماس عند $ب$

$ص = م س + ب$ ← ميل المماس $= م$

ميل المماس = معامل $س$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{-معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{-أ}{ب}$ = ظا θ (أ ، ب) الاتجاه

$ص = أ س + ب$ ← $ص = ص$ ، $س = س$ ← لو نقطتين

④ $ل_1 \parallel ل_2$ ⇔ $م_1 = م_2$ ⑤ $ل_1 \perp ل_2$ ⇔ $م_1 \times م_2 = -1$

⑥ $ل \parallel$ محور السينات ⇔ الميل = صفر ، $ل \parallel$ محور الصادات ⇔ الميل غير معرف

⑦ يقطع محور السينات نضع $ص = 0$ ، يقطع محور الصادات نضع $س = 0$

⑧ معادلة المماس = $\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = م$ ، معادلة العمودي = $\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = \frac{-1}{م}$

في حالة الاشتقاق (التفاضل) ينزل الأس و انقص منه 1

$د(س) = (\quad)^{ن}$

$د'(س) = ن (\quad)^{ن-1} \times$ تفاضل اللي جوه

$د(س) = \frac{1}{(\quad)^{ن}}$ ⇔ $د'(س) = \frac{-ن \times \text{تفاضل اللي جوه}}{(\quad)^{ن+1}}$

$د(أ)^+ = د(أ)^-$ ⇔ لها وجود

$د(أ)^+ = د(أ)^- = د(أ)$ متصلة

$د'(أ)^+ = د'(أ)^-$ تكون قابلة للاشتقاق

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$ص = د \circ ر$ ⇔ $د(ر(س))$ ، فإن $\frac{د ص}{د س} = د'(ر(س)) \cdot ر'(س)$

$ص = \frac{د(س)}{ر(س)}$ ، $ر(س) \neq 0$ فإن:

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ر(س) \cdot د'(س) - د(س) \cdot ر'(س)}{(ر(س))^2}$

قاعدة السلسلة: $ص = د(ع)$ ، $ع = ر(س)$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

تفاضل الدوال المثلثية:

① جا ← جتا × تفاضل الزاوية ② جتا ← −جا × تفاضل الزاوية

③ ظا ← قا^2 × تفاضل الزاوية

مكتبة مكة - ميدان سرور
MR.Ahmed Abo Abdo

التكامل

(١) $\int k\,dx = kx + c$ ، ثابت

(٢) $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ (٣) $\int (ax+b)^n\,dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c$

(٤) $\int a\,f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$ حيث a ثابت ≠ صفر

(٥) $\int f(x) \pm g(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

(٦) $\int (f(x))^n \cdot f'(x)\,dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + c$

(٧) $\int \text{جا}(ax+b)\,dx = -\frac{1}{a}\text{جتا}(ax+b) + c$

(٨) $\int \text{جتا}(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}\text{جا}(ax+b) + c$

(٩) $\int \text{قا}^2(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}\text{ظا}(ax+b) + c$

Target Math
Ahmed Abo Abdo

• تذكر:

• $1 + \text{ظا}^2 x = \text{قا}^2 x$ • $1 + \text{ظتا}^2 x = \text{قتا}^2 x$

• $\text{جا}^2 x + \text{جتا}^2 x = 1$ • $\text{جا}2x = 2\,\text{جا}x\,\text{جتا}x$

• $\text{جتا}2x = 1 - 2\,\text{جا}^2 x = 2\,\text{جتا}^2 x - 1$

• $\text{جا}^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{جتا}2x$ ، $\text{جتا}^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\text{جتا}2x$

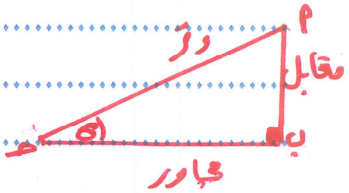
• $\text{جتا}(x \pm y) = \text{جتا}x\,\text{جتا}y \pm \text{جا}x\,\text{جا}y$

• $\text{جا}(x \pm y) = \text{جا}x\,\text{جتا}y \pm \text{جتا}y\,\text{جا}x$

• $\text{ظا}(A \pm B) = \frac{\text{ظا}A \pm \text{ظا}B}{1 \mp \text{ظا}A\,\text{ظا}B}$

• تذكر أن:

• $\text{جا}\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ • $\text{جتا}\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ • $\text{ظا}\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

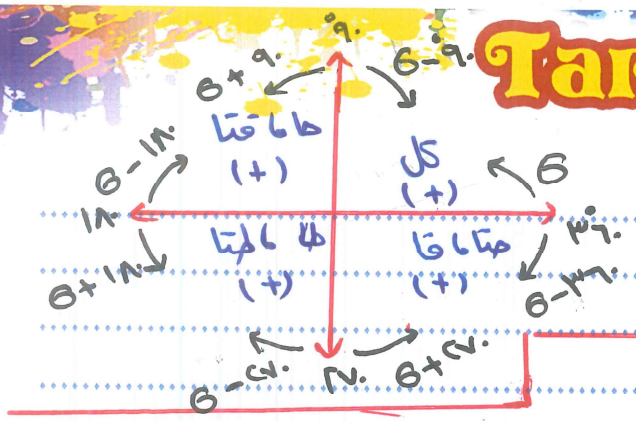


• أي حادة × متتاليتها = ١

• $\text{جا}\theta\,\text{قا}\theta = 1$

• $\text{جتا}\theta\,\text{قتا}\theta = 1$

• $\text{ظا}\theta\,\text{ظتا}\theta = 1$



(٩٠ ، ٢٧٠) ← يتغير

(١٨٠ ، ٣٦٠) ← لا يتغير

• قاعدة جيب :

$$\frac{أ}{\text{جا}أ} = \frac{ب}{\text{جا}ب} = \frac{ج}{\text{جا}ج} = ٢\text{نصـ}$$

• قاعدة جيب التمام :

$$أ^{٢} = ب^{٢} + ج^{٢} - ٢ب\,ج\,\text{جتا}أ$$

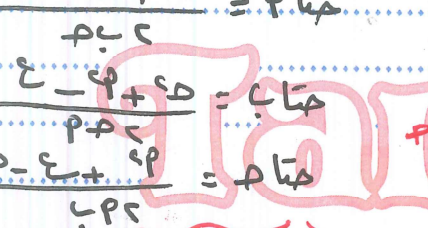
$$ب^{٢} = ج^{٢} + أ^{٢} - ٢أ\,ج\,\text{جتا}ب$$

$$ج^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} - ٢أ\,ب\,\text{جتا}ج$$

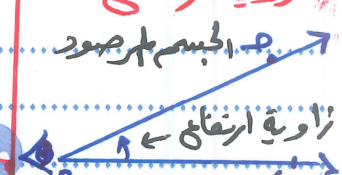
$$\text{جتا}أ = \frac{ب^{٢} + ج^{٢} - أ^{٢}}{٢ب\,ج}$$

$$\text{جتا}ب = \frac{ج^{٢} + أ^{٢} - ب^{٢}}{٢ج\,أ}$$

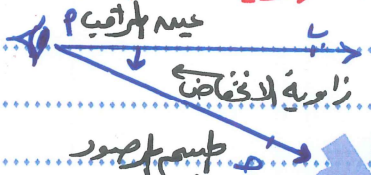
$$\text{جتا}ج = \frac{أ^{٢} + ب^{٢} - ج^{٢}}{٢أ\,ب}$$

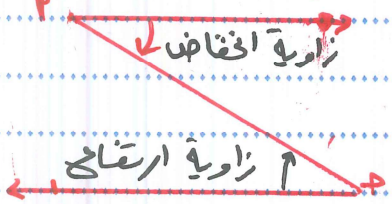


• زاوية ارتفاع



• زاوية انخفاض





• قوانين ضعف الزاوية :

$$\text{جا}٢أ = ٢\,\text{جا}أ\,\text{جتا}أ$$

$$\text{جتا}٢أ = \text{جتا}^{٢}أ - \text{جا}^{٢}أ$$

$$= ٢\,\text{جتا}^{٢}أ - ١$$

$$= ١ - ٢\,\text{جا}^{٢}أ$$

$$\text{ظا}٢أ = \frac{٢\,\text{ظا}أ}{١ - \text{ظا}^{٢}أ}$$

• قاعدة هيرون لإيجاد مساحة $\triangle$:

$$٢ب = أ + ب + ج$$

$$م = \sqrt{ب(ب-أ)(ب-ب)(ب-ج)}$$

$$\text{نصـ} = \frac{\triangle}{ع}$$

↓

نصف القطر

Ahmed Abo Abdo